Corrigé - B.E.P.C 2019 - Mathématiques

A) Activités numériques et diverses

Exercice 1

a. Rappelons que la partie entière d'un logarithme (en base 10) est appelée caractéristique et sa partie décimale est appelée mantisse.

$\log E = 2 + 0,43136$.
La caractéristique de $\log E$ est 2.
La mantisse de $\log E$ est $0,43136$.

b.

$$\begin{aligned}
F &= \log 0,01 + \log 27000 \\
&= \log 10^{-2} + \log(27 \times 10^3) \\
&= -2\log 10 + \log 27 + \log 10^3 \\
&= -2\underbrace{\log 10}_{=1} + \log 3^3 + 3\underbrace{\log 10}_{=1} \\
&= \quad -2 \quad + \ 3\log 3 \ + \ 3 \\
&= 1 + 3\log 3 \\
&= 1 + 3 \times 0,47712 \\
&= 2,43136
\end{aligned}$$

Exercice 2

Interprétation

- Il y a 6 personnes qui ont passé 4 à 8 heures (exclues) devant la télévision ;
- Il y a 5 personnes qui ont passé 8 à 12 heures (exclues) devant la télévision ;
- Il y a 2 personnes qui ont passé 12 à 16 heures (exclues) devant la télévision ;
- Il y a 4 personnes qui ont passé 16 à 20 heures (exclues) devant la télévision.

D'où l'effectif total est : $6 + 5 + 2 + 4 = 17$ personnes.

D'où le tableau des effectifs en classes d'amplitude 4 :

Note (en classe)	$[4;8[$	$[8;12[$	$[12;16[$	$[16;20[$
Effectif	6	5	2	4

Exercice 3

a. La fonction affine $h(x) = -\dfrac{1}{3}x+1$ a pour coefficient directeur (taux d'accroissement) $-\dfrac{1}{3}$.
Comme le coefficient directeur de h est strictement négatif, alors h est une fonction strictement décroissante.

b. h étant une fonction affine, alors sa représentation graphique est une droite.

Déterminons un tableau de valeurs de h

Pour $x = 0$, $\quad h(0) = -\dfrac{1}{3} \times 0 + 1 = 1$

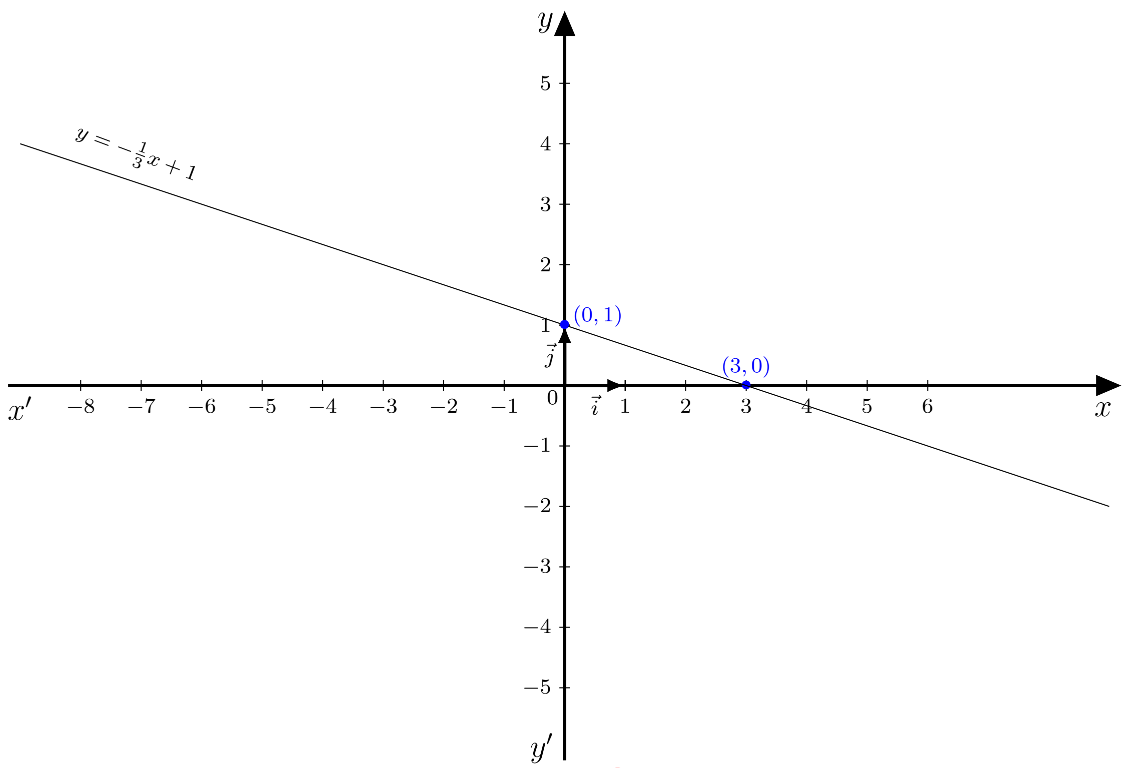
Pour $x = 3$, $\quad h(3) = -\dfrac{1}{3} \times 3 + 1 = -1 + 1 = 0$.

D'où le tableau de valeurs :

x	0	3
$h(x)$	1	0

Représentation graphique de h

La droite représentative de h est la droite qui passe par les points $(0, 1)$ et $(3; 0)$.



Problème A

1 F est définie pour toutes les valeurs de x, sauf celles où le dénominateur s'annule c'est à dire, F est définie si et seulement si $x \neq -2$.

Donc l'ensemble de définition de F est l'ensemble $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

2 Pour $x = \sqrt{5}$,

$$
\begin{aligned}
F &= \frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{5}+2} \\
&= \frac{(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} \\
&= \frac{\sqrt{5}\times\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 3\times 2}{(\sqrt{5})^2 - 2^2} \\
&= \frac{5+\sqrt{5}-6}{5-4} \\
&= -1+\sqrt{5}
\end{aligned}
$$

3 $x+3=0$ si $x=-3$.
$x+2=0$ si $x=-2$.

D'où le tableau de signes :

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{x+3}{x+2}$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

D'où l'ensemble de solution $S =]-3\,;-2[$.

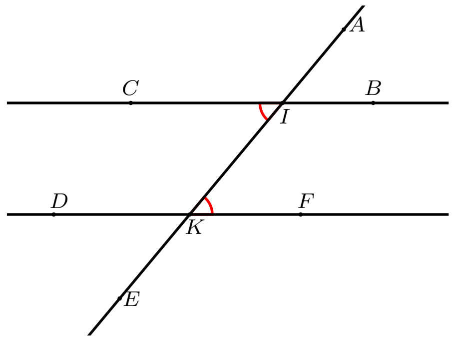
4 Comme $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$, alors $-1+2,236 < -1+\sqrt{5} < -1+2,237$.
D'où $1,236 < L < 1,237$ est l'encadrement de $\sqrt{5}$ à 10^{-3} car $1,237 - 1,236 = 0,001 = 10^{-3}$.

B) Activités géométriques

Exercice 1

a. Vrai.

Les angles $\widehat{KIC}$ et $\widehat{IKF}$ sont alternes-internes, formés par deux droites parallèles coupées par une sécantes. Donc $\widehat{KIC} = \widehat{IKF}$.

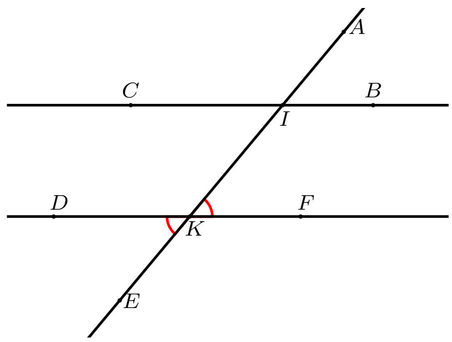


En effet, on utilise la propriété suivante :
Si deux angles alternes-internes sont formés par deux droites parallèles coupées par une sécante, alors ils sont de même mesure.

b. Faux

c. Vrai.

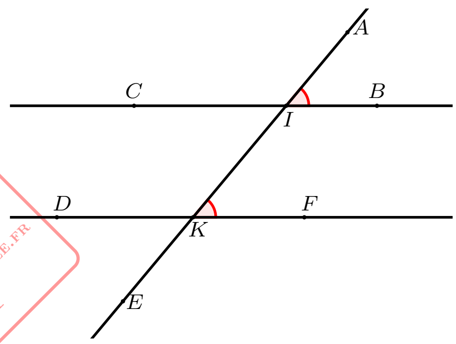
Les angles $\widehat{IKF}$ et $\widehat{DKE}$ sont opposés par le sommet K. Donc $\widehat{IKF} = \widehat{DKE}$.



En effet, on utilise la propriété suivante :
Si deux angles sont opposés par un sommet, alors ils sont de même mesure.

d. Vrai.

Les angles $\widehat{AIB}$ et $\widehat{IKF}$ sont correspondants, formées par deux droites parallèles coupées par une sécante. Donc $\widehat{AIB} = \widehat{IKF}$.

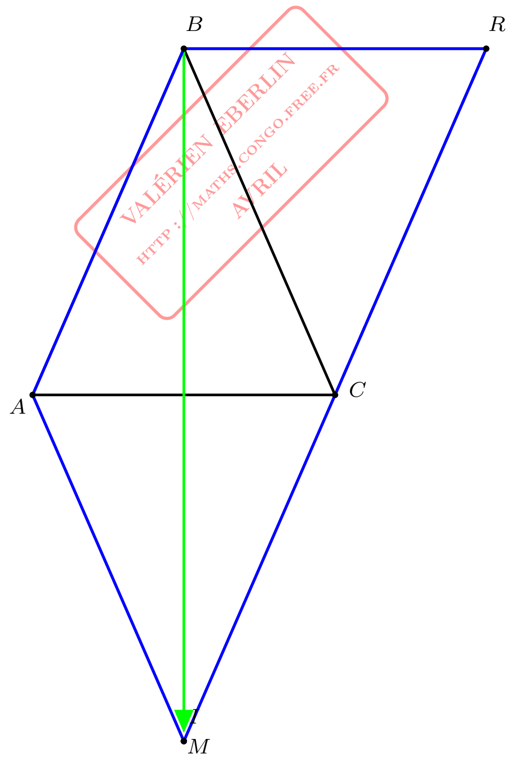


VALÉRIEN EBERLIN
HTTP://MATHS.CONGO.FREE.FR
AVRIL 2021

En effet, on utilise la propriété suivante :
Si deux angles correspondants sont formés par deux droites parallèles coupées par une sécante, alors ils sont de même mesure.

Exercice 2

a.

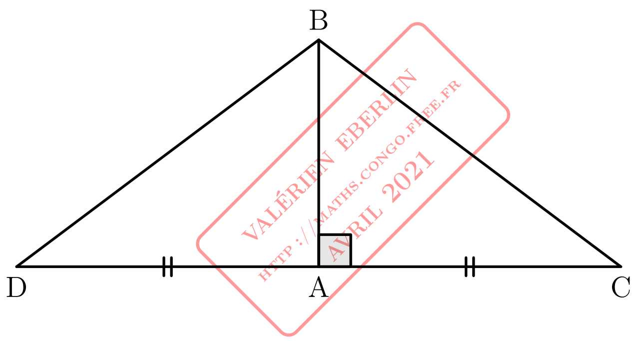


b. Le quadrilatère $ABRM$ ayant deux côtés, (AB) et (MR), parallèles est un trapèze.

<u>Montrons que $ABRM$ est un trapèze</u>

De l'égalité $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
On en déduit que $-\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BC}$. Ou encore $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC}$. D'où $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC}$.
Or d'après l'énoncé, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CR}$.
D'où $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CR}$ ou encore $2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MR}$.
L'égalité $2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MR}$ montre que les côtés $[AB]$ et $[MR]$ sont parallèles.
$ABRM$ est donc un quadrilatère qui a deux côtés parallèles : c'est un trapèze.

Exercice 3

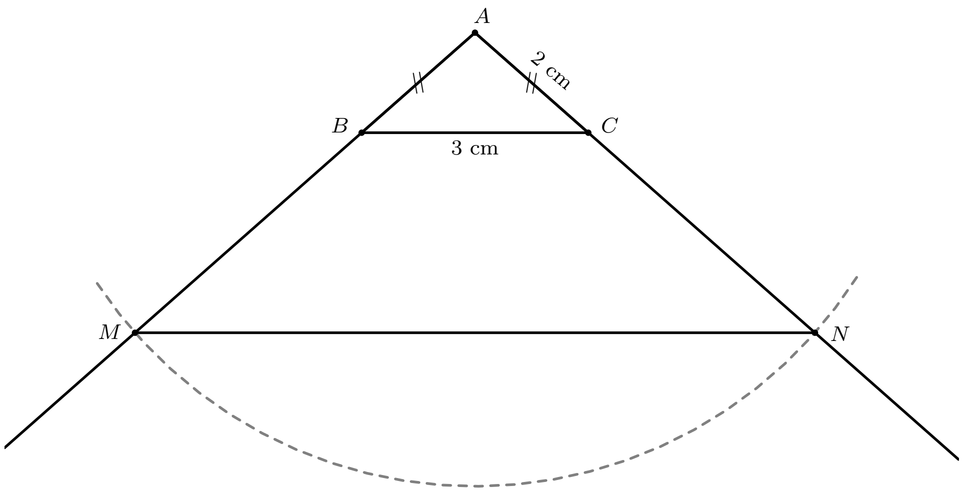


- Le triangle BDC est isocèle en B.

Une rotation d'angle 180° étant une symétrie centrale, on en déduit que A est le milieu de $[DC]$.
Il vient que la droite (AB) coupe le segment $[DC]$ en son milieu et est perpendiculaire à ce segment : c'est donc la médiatrice du segment $[DC]$.
Or tout point situé sur la médiatrice d'un segment, est à égale distance des extrémités de ce segment.
D'où $BD = BC$. Donc le triangle BDC est isocèle en B.

Problème B

1



2 **a.** Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

- Les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre.
- De plus, $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = 3$.
D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles

b. La transformation géométrique qui permet de passer du triangle ABC au triangle AMN est l'homothétie de centre A et de rapport 3.

En effet, on a les égalités vectorielles : $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AC}$.
Autrement dit, si $h_{(A,3)}$ est l'homothétie de centre A et de rapport 3,
alors : $\begin{cases} h_{(A,3)}(A) = A \\ h_{(A,3)}(B) = M \\ h_{(A,3)}(C) = N \end{cases}$
On en déduit que l'homothétie de centre A et de rapport 3 transforme le triangle ABC en le triangle AMN.

3

- Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A.
- De plus, $(MN)//(BC)$

D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$.

$\dfrac{2}{6} = \dfrac{3}{MN}$.

D'où $MN = \dfrac{3 \times 6}{2} = 9$ cm