

Corrigé - B.E.P.C 2017 - Mathématiques

A) Activités numériques et diverses (10 points)

Exercice 1

- a. La bonne réponse est $C = 4$.

On décompose d'abord 68000 en écriture scientifique : $68000 = 6,8 \times 10^4$.

D'où : $\log 68000 = \log(6,8 \times 10^4)$

$$= \log 10^4 + \log 6,8$$

$$= 4 \underbrace{\log 10}_{=1} + \log 6,8$$

$$= 4 + \log 6,8$$

Comme $\log 6,8 < 1$, on en déduit que la partie entière de $\log 68000$ est 4 et la partie décimale de $\log 68000$ est $\log 6,8$.

Donc la caractéristique de $\log 68000$ est 4.

- b. On décompose les nombres 9 ; 4 et 800 en produit de facteurs premiers.

$$9 = 3^2 ; 4 = 2^2 ; 800 = 2^3 \times 10^2$$

D'où : $M = \log \frac{9}{4} + \log 800$

$$= \log 9 - \log 4 + \log 800$$

$$= \log 3^2 - \log 2^2 + \log (2^3 \times 10^2)$$

$$= 2 \log 3 - 2 \log 2 + \log 2^3 + \log 10^2$$

$$= 2 \log 3 - 2 \log 2 + 3 \log 2 + \underbrace{2 \log 10}_{=1}$$

$$= 2 \log 3 - 2 \log 2 + 3 \log 2 + 2$$

$$= 2 + \log 2 + 2 \log 3$$

$$= 2 + 0,30103 + 2 \times 0,47712$$

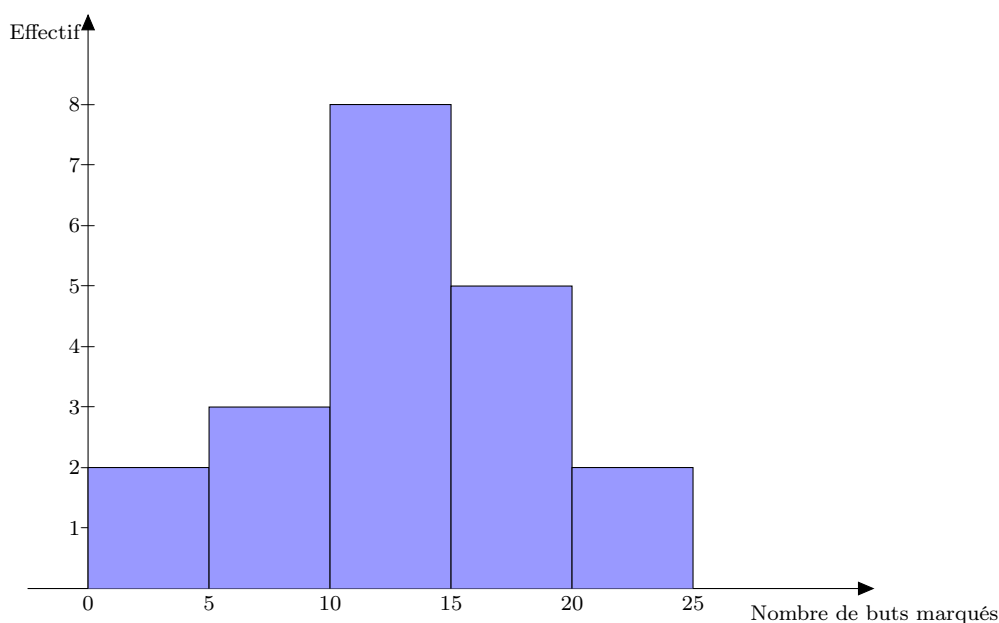
$$= 3,25527$$

Exercice 2

- $f(x) = -3x + 2$ est une fonction affine car c'est de la forme $f(x) = ax + b$.
- $g(x) = \sqrt{x}$ est la fonction racine carrée.

- $h(x) = \frac{2x-1}{4x+5}$ est une fonction homographique car c'est de la forme $h(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$.
- $k(x) = \frac{1}{x}$ est la fonction inverse.

Exercice 3



Problème A

1

$$\begin{aligned}
 P &= (x+2)(3x-1) - \underbrace{(x+2)^2}_{(a+b)^2} \\
 &= x \times 3x - x \times 1 + 2 \times 3x - 2 \times 1 - \underbrace{(x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2)}_{a^2 + 2ab + b^2} \\
 &= 3x^2 - x + 6x - 2 - x^2 - 4x - 4 \\
 &= 3x^2 - x^2 - x + 6x - 4x - 2 - 4 \\
 &= 2x^2 + x - 6
 \end{aligned}$$

2 Factorisons P .

$$\begin{aligned}
 P &= (x+2)(3x-1) - (x+2)^2 \\
 &= \underbrace{(x+2)(3x-1)}_{k \times a} - \underbrace{(x+2)(x+2)}_{k \times b} \\
 &= \underbrace{(x+2)}_{k} \left[\underbrace{(3x-1) - (x+2)}_{(a-b)} \right] \quad \text{on a appliqué la formule } k \times a - k \times b = k(a-b) \\
 &= (x+2)(3x-1-x-2) \\
 &= (x+2)(2x-3)
 \end{aligned}$$

3 Pour $x = \sqrt{2}$,

$$\begin{aligned}
 Q &= 2 \times (\sqrt{2})^2 + \sqrt{2} - 6 \\
 &= 2 \times 2 + \sqrt{2} - 6 \\
 &= 4 + \sqrt{2} - 6 \\
 &= \sqrt{2} - 2
 \end{aligned}$$

4 a. H est définie pour toutes les valeurs de x , sauf celles où le dénominateur s'annule c'est à dire : H est définie si et seulement si $(x-1)(x+2) \neq 0$.

Résolvons l'équation produit : $(x-1)(x+2) = 0$.

$$(x-1)(x+2) = 0 \iff x-1 = 0 \quad \text{ou} \quad x+2 = 0$$

$$\iff x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -2$$

Donc l'ensemble de définition de H est l'ensemble $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.

b. Pour tout x appartenant à $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$,

$$q(x) = \frac{(x+2)(2x-3)}{(x-1)(x+2)} = \frac{2x-3}{x-1}$$

B) Activités géométriques (10 points)

Exercice 1

Définitions d'un carré

On donne ici deux définitions équivalentes d'un carré :

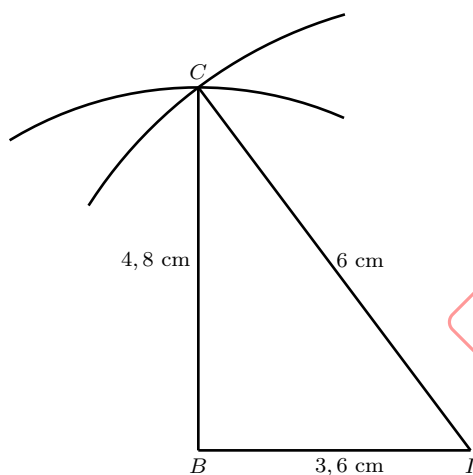
- Un carré est un quadrilatère qui a 4 angles droits et 4 côtés de même longueur.
- Un carré est un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires, se coupent en leur milieu et sont de même longueur.

Définition d'un trapèze

Un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés parallèles.

Exercice 2

1



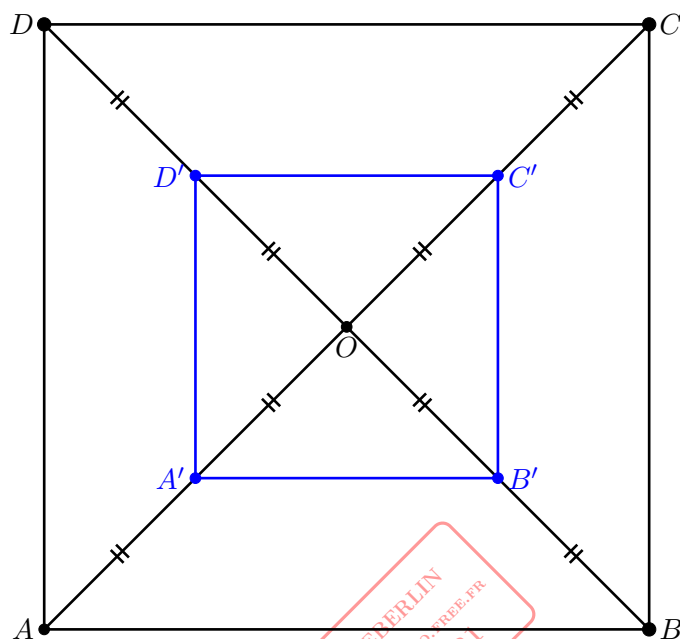
2

$$\begin{array}{l|l}
 IC^2 = 6^2 & BI^2 + BC^2 = 3,6^2 + 4,8^2 \\
 = 36 & = 12,96 + 23,04 \\
 & = 36
 \end{array}$$

J'en déduis que $IC^2 = BI^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BIC est rectangle en B .

Exercice 3



En effet, Comme $h(A) = A'$ alors $\overrightarrow{OA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$. Ce qui signifie que les points O , A et A' sont alignés et sont tels que A' soit le milieu du segment $[OA]$.
On construit de même, les autres points B' , C' et D' .

Problème B

- 1** L'équation de la droite passant par les points $A(2; 1)$ et $B(1; -1)$ est donnée par :

$$\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}$$

Soit $\frac{y - 1}{-1 - 1} = \frac{x - 2}{1 - 2}$ ou encore $\frac{y - 1}{-2} = \frac{x - 2}{-1}$.

En appliquant les égalités des produits en croix, on a :

$$-1 \times (y - 1) = -2 \times (x - 2) \iff -1 \times y - 1 \times (-1) = -2 \times x - 2 \times (-2)$$

$$\iff -y + 1 = -2x + 4$$

$$\iff 2x - 4 - y + 1 = 0$$

$$\iff 2x - y - 3 = 0$$

Une équation cartésienne de la droite $(\mathcal{D}_1)$ est : $2x - y - 3 = 0$.

- 2** Comme la droite $(\mathcal{D}_2)$ a pour coefficient directeur $a = -2$, alors son équation est de la forme $y = -2x + b$.

De plus, comme le point C appartient à $(\mathcal{D}_2)$, alors ses coordonnées $(0; -1)$ vérifie l'équation $y = -2x + b$ c'est à dire : $-1 = -2 \times 0 + b$. D'où $b = -1$.

Donc $(\mathcal{D}_2)$ a pour équation $y = -2x - 1$. Ou encore $2x + y + 1 = 0$.

Une équation cartésienne de la droite $(\mathcal{D}_2)$ est : $2x + y + 1 = 0$.

- 3** $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $x_{\vec{u}} \times y_{\vec{v}} - x_{\vec{v}} \times y_{\vec{u}} = 0$

$$x_{\vec{u}} \times y_{\vec{v}} - x_{\vec{v}} \times y_{\vec{u}} = 1 \times (-2) - (-1) \times 2$$

$$= -2 + 2$$

$$= 0$$

D'où la colinéarité des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

- 4** $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $(\mathcal{D}_1)$.

$\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $(\mathcal{D}_2)$.

Comme les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, alors $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ sont parallèles.

En effet, si une droite $(\mathcal{D})$ a pour équation cartésienne $ax + by + c = 0$, alors le vecteur $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $(\mathcal{D})$.

