

Sujet bac 2011 - Série C

Exercice 1 3 points

On pose $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$, $B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2 x \, dx$.

- 1** Calculer $A + B$.
- 2** Calculer $A - B$ à l'aide d'une intégration par parties.
- 3** Dédire des questions 1. et 2., les valeurs de A et B .

Exercice 2 5 points

On donne en milliers de francs CFA le bénéfice d'une ferme avicole qui importe des poussins sur une période de 5 mois.

x_i (en mois)	1	2	3	4	5
y_j (en milliers de francs)	96,1	63,5	49,2	41,5	35,7

- 1** Représenter graphiquement cette série statistique par un nuage de points dans un repère orthogonal d'unités : 2 cm pour 1 mois en abscisses et 2 cm pour 5 milliers de francs en ordonnées.
- 2** Donner une équation de la droite de régression de y en x .
- 3** Tracer cette droite sur le graphique.
Estimer le bénéfice de la ferme avicole au 6^{ème} mois.

Problème 12 points

Le plan est orienté. Soit ABC un triangle tel que $AC = 2AB$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$. On prendra $AB = 3$ cm et $AC = 6$ cm. On construit à l'extérieur de ce triangle, les carrés $ACFG$ et $ABDE$ tels que $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AG}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

K est le point tel que $\overrightarrow{GK} = \overrightarrow{AE}$.

Les droites (AK) et (BC) se coupent en I .

Les droites (AB) et (KG) se coupent en J .

Partie A

- 1** Faire une figure.

- 2** Démontrer qu'il existe une rotation R_1 qui transforme le triangle ABC en le triangle EAK .
On note Ω_1 son centre. Construire Ω_1 . Donner l'angle de R_1 .
- 3** Démontrer qu'il existe une rotation R_2 qui transforme le triangle ABC en le triangle GKA . Donner l'angle de R_2 .
On note Ω_2 son centre. Construire Ω_2 .
- 4** **a.** On considère l'application $f = R_1 \circ R_2$. Montrer que f est une translation.
b. Calculer $f(C)$. En déduire le vecteur de translation de f .
- 5** Démontrer que les points A, B, I et Ω_1 sont situés sur un même cercle ($\mathcal{C}$) de centre O , milieu du segment $[AB]$.
- 6** Démontrer que les points A, G, J et Ω_2 sont situés sur un même cercle ($\mathcal{C}'$) de centre O' , milieu du segment $[AG]$.

Partie B

On rapporte maintenant le plan au repère orthonormal direct $(A, \vec{u}, \vec{v})$ avec $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = -\overrightarrow{AE}$.

Soit S la similitude plane directe de centre A qui transforme ($\mathcal{C}$) en ($\mathcal{C}'$).

- 7** Donner les éléments caractéristiques de S .
- 8** Donner l'écriture complexe de la similitude S .
- 9** Exprimer x et y en fonction de x' et y' .

Partie C

Soit ($\mathcal{E}$) l'ellipse d'équation $4x^2 + y^2 = 4$.

- 10** Construire ($\mathcal{E}$) tout en précisant son centre, ses sommets et foyers.
- 11** Déterminer une équation de ($\mathcal{E}'$) image de ($\mathcal{E}$) par S .